مروري

آزاده لاسرسی

# د خطي سیستمونو د حل لپاره د LU تجزیوي مستقیم او گاوس-سایدل تکراري میتودونو پرتله

پوهنیار حفیظ الله امینی*[۱]، پوهنیار محمداسلم صالحی[۱]، پوهنیار نورالرحمن هاشمی[۱]

۱. رياضي څانگه ، ښوونه او روزنه پوهنځی، وردگ پوهنتون، وردگ، افغانستان.

*د مسئول لیکوال برېښنالیک: amini.hafizullah786@gmail.com ، د اړيکي شمېره: +۹۳۷۳۰۰۰۰۴۵۲

## لنډیز

د خطي سیستمونه د عصري علومو په بېلابېلو برخو کې کارول کیږي، چې ډېری عملي ستونزې د خطي سیستمونو په مرسته موډل کېږي. د دغو سیستمونو د حل لپاره بېلابېل میتودونه کارول کېږي چې په عمومي ډول په مستقیمو او تکراري میتودونو وېشل شوي دي. د دې مقالې اصلي هدف د خطي سیستمونو د حل لپاره د LU تجزیوي مستقیم میتود او د گاوس–سایدل تکراري میتود مقایسه کول دي، تر څو د هر میتود عملي وړتیاوې او محدودیتونه وښیي. پایلې څرگندوي چې د گاوس–سایدل میتود د لویو او څانگړي جوړښت لرونکو سیستمونو لپاره د چټکتیا، لږ حافظوي مصرف او محاسبوي ساده‌والي له امله اغېزمن دی، په داسې حال کې چې د LU تجزیوي میتود د کوچنیو سیستمونو او هغو مسئلو لپاره چې لوړ دقت ته اړتیا لري، دقیق حل وړاندې کوي. څېړنه ښیي چې د حل میتود انتخاب د سیستم د اندازې، جوړښت او دقت پورې تړاو لري.

**کلیدي کلیمې**: LU تجزیوي مستقیم میتود، خطي سیستمونه، گاوس-سایدل تکراري میتود، متریکسونه

**د مقالې تاریخچه:**
د مقالې ترلاسه کولو نېټه: ۱۳/حوت/۱۴۰۴
د مقالې منلو نېټه: ۱۸/حمل/۱۴۰۵
د مقالې خپرولو نېټه: ۱۴/اسد/۱۴۰۵

**ددې مقالې استناد:**
امینی، حفیظ الله او همکاران (۱۴۰۵). د خطي سیستمونو د حل لپاره د LU تجزیوي مستقیم او گاوس-سایدل تکراري میتودونو پرتله.
وردگ علمي څېړنیزه مجله ۵ (۱):۲٦-۵۰
دغه ژورنال د وردگ پوهنتون په چوکاټ کې د لوړو زدکړو وزارت د رسمي جواز پر اساس فعالیت کوي.

CC BY

وردگ پوهنتون علمي څېړنیز نشرات (۱۴۰۵).

زموږ سره اړیکې: +۹۳۷۴۵٦۰٦۳۱۷
ایمیل: rjd@wu.edu.af
آدرس: سیدآباد ولسوالی، توپ دښته میدان وردگ ولایت- افغانستان

مروري

آزاده لاسرسی

# Comparative Study of Direct LU Decomposition and Guss-saidal Iterative Methods for solving linear systems

Hafizullah Amini*[1], Mohammad Aslam Salehi [1], Noorahman Hashimi[1]
1. 3 Department of Mathematics , Faculty of Education Wardak University, Wardak, Afghanistan.
*Corresponding author Email: amini.hafizullah786@gmail.com , Tel:+93730000452

**Article History:**
Received: 02. Mar.2026
Accepted: 07. May.2026
Online First: 05.Aug.2026

**Citation:**
Amini, H., et al. (2026). Comparative Study of Direct LU Decomposition and Guss-saidal Iterative Methods for solving linear systems . Articles to WNNS. *Wardek J of Soc Sci* 2026;5(1):26-50

Email: rjd@wu.edu.af
This is an open access article under the Higher Education license

**Copyright**:© 2026 Published by Wardak Universty.

## Abstract

Linear systems are widely used across various fields of modern science, as many practical problems can be modeled using linear systems. Various methods are employed to solve these systems, which are generally classified into direct and iterative methods. The main objective of this paper is to compare the LU decomposition direct method and the Gauss–Seidel iterative method for solving linear systems, in order to highlight the practical capabilities and limitations of each approach. The results indicate that the Gauss–Seidel method is particularly effective for large-scale and specially structured systems due to its faster convergence, lower memory requirements, and computational simplicity. In contrast, the LU decomposition method provides accurate and reliable solutions for small-scale systems and for problems that require high precision. This study demonstrates that the choice of an appropriate solution method depends on the size, structure, and accuracy requirements of the linear system.

**Keywords**: LU decomposition direct method, linear systems, Gauss–Seidel iterative method, matrices

## سریزه

الحمد لله رب العلمین والصلاة والسلام علی سید الأنبیاء والمرسلین، محمد وعلی آله وأصحابه أجمعین، أما بعد:

د خطي معادلو سیستمونه په ډېرو علمي برخو کې کارول کېږي. دا سیستمونه هم په مستقیم ډول د انجینري او فزیکي مسایلو د موډل کولو لپاره، او هم په غیر مستقیم ډول د نورو ریاضیکي موډلونو د عددي حل په بهیر کې راڅرګندیږي. دغه کاروني په فزیکي، بیولوژیکي، ټولنیزو، انجینري او ګڼو نورو ساحو کې موندل کېږي (Baher A. Haleem, 2020).

د خطي معادلو سیستمونه د خطي الجبر د بنسټیزو موضوعاتو څخه ګڼل کېږي چې د ریاضیکي مسایلو د تحلیل، محاسبوي پروسو، او بېلابېلو علمي او تخنیکي برخو لپاره حیاتي اهمیت لري. د دې سیستمونو په مرسته د فزیک، انجینري، اقتصاد، کمپیوټري ساینس، کوانتومي نظریو او ګڼو نورو ساحو کې پېچلې ستونزې په منظم او منطقي ډول حل کېږي. په علمي کارونو کې د خطي سیستمونو تحلیل د دقیقو پایلو تضمین لپاره اړین وي. په عمومي ډول د خطي معادلو سیستمونه په دریو ډلو وېشل کېږي: حل نه لرونکي سیستمونه، د بې شمېره حلونو لرونکي سیستمونه، او د یوازیني حل لرونکي سیستمونه. په دې مقاله کې یوازې د هغو سیستمونو تحلیل تر بحث لاندې نیول کېږي چې یوازې یو حل لرونکی وي، ځکه دا ډول سیستمونه د تحلیلي میتودونو لپاره د یو ډول ثبات سبب ګرځي چې په کې د حل د کړنلارو موثریت په ښه توګه ارزول کېدای شي (Ford, 2015).

د خطي معادلو د سیستمونو د حل لپاره بېلابېل میتودونه رامنځته شوي چې هر یو یې ځانګړې محاسبوي او نظري ځانګړتیاوې لري. په عمومي ډول دا میتودونه په دوو کټګوریو ویشل کېږي: مستقیم میتودونه او تکراري میتودونه. مستقیم میتودونه لکه د ګاوس حذفي میتود، ګاوس-جردن میتود او د LU تجزیه میتود په منظم ګامونو سره حل وړاندې کوي، په داسې حال کې چې

تکراري میتودونه لکه ژارکوبي میتود، گاوس-سایدل میتود او AOS میتود د خطي سیستمونو تقریبي حل محاسبه کوي (خجسته, ۱۳۹۶).

په دې مقاله کې د دې دوو مهمو میتودونو د LU تجزیې (د مستقیم میتودونو څخه) او گاوس-سایدل (د تکراري میتودونو څخه) ـ په اړه تفصیل، تحلیل او پرتله وړاندې کېږي. او لاندې پوښتنو ته به ځواب ووایې.

۱: د کومو سیستمونو د حل لپاره د LU تجزیوي میتود غوره دی؟

۲: د کومو سیستمونو د حل لپاره د گاوس-سایدل تکراري میتود غوره دی؟

۳ : په عملي ډول سره کوم میتود په زیاته اندازه سره کارول کیږي؟

۴: د وخت، حافظې او محاسباتو کم مصرف د کوم میتود په کارونې سره ترلاسه کیدای شي؟

## د څیړنې مواد او کړنلارې

د خطي معادلاتو د سیستمونو د حل لپاره مستقیمو میتودونو څخه د LU تجزیوي میتود او تکراري میتودونو د گوس-سایدل تکراري میتود استفاده کوو، چې بیلا بیلو خطي سیستمونو د حل لپاره کارول کیږي ، د دې سیستمونو د حل لپاره له متریکسونو، د متریکسونو د بیلابیلو ډولونو او په متریکسونو باندې د عملیو او تکراري رابطو څخه استفاده کیږي، همدارنگه د حل ښودلو لپاره یې جدولونه کارو، چې یاد جدولونه د ریاضیکي سافتویرونو لکه میپل او متلب په مرسته ترتیب کیږي.

## خطي سیستمونه

د خطي معادلو یو سیستم چې $n$ معادلې او $n$ مجهولونه لري په لاندې ډول سره په پام کې نیسو:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad & \quad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \qquad (1)$$

په داسې ډول چې $a_{ij}$ او $b_i$ حقیقي او معلوم عددونه د $x_i$ د خطي سیستم مجهولات او $i,j =$ $1,2 \ldots\ldots n$ وي. د خطي معادلو پورتنې سیستم د متریکس په شکل سره لیکو :

مروري

آزاده لاسرسی

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$AX = b \qquad (1)$$

که چیرې $b_i = 0$، $i = 1, \dots, n$ د خطي معادلو سیستم متجانس او همدارنګه که یو له $b_i$ څخه خلاف صفر وي سیستم غیرمتجانس بلل کیږي.

یادونه: غیر متجانس سیستمونه هغه وخت یوازینۍ حل لري کله چې $detA \neq 0$ وي. یعني

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$$

په دې صورت د خطي معادلو د سیستم حل په لاندې ډول سره تر لاسه کیږي:

$$X = A^{-1}b$$

مستقیم میتودونه: هغه میتودونه دی چې له یو شمیر معلومو عملیو څخه وروسته د سیستم ځواب ته رسیږي. د خطي سیستم د حل لپاره ډیر شمیر مستقیم میتودونه شتون لري چې د ګاوس حذفي میتود، ګاوس-جردن او د متریکس LU تجزیه میتودونه یې د یادونې وړ دي (خجسته، ۱۳۹۶).

تکراري میتودونه: هغه میتودونه دی چې د اولیه حدس په انتخاب سره د ځوابونو یو ردیف تولیدوي، چې د خطي معادلو د سیستم له ځواب سره متقارب وي. همدارنګه د خطي سیستم د حل لپاره هم یو شمیر تکراری میتودونه شتون لري چې ژاکوبي میتود، ګاوس-سایدل میتود ، SOR میتود او د متریکس QR تجزیه میتودنه د یادونې وړ دي(Baher A. Haleem, 2020) .

مقدماتي عملیې : لاندې عملې د مقدماتي عملیو په نامه سره یادیږي، په معمولی ډول په خطي سیستمونو کې عملي کیږي تر څونوموړي سیستمونه په معادل سیستمونو باندې تبدیل کړي.

- د دوو معادلو د ځای بدلول
- یوه معادله خلاف د صفر په یوه عدد کې ضرب کول

- یوه معادله له بلې معادلې سره جمع کول.

قضیه: فرض کړی چې یو شمیر مقدماتي عملیې د خطي معادلو په سیستم کې ترسره شوي دي، تر لاسه شوی سیستم به د اصلی سیستم د حٔوابونو لرونکی وي، چې یاد سیستمونه یو له بل سره معادل بلل کیږي(Nicholson, 2013) .

متریکس: د اعدادو مستطیلي ترتیب د متریکس په نوم سره یادیږي، په عمومي ډول سره متریکس د انګلیسي ژبې په غټو تورو ښودل کیږي او مختلف ډولونه لري، چې ځیني ضروري ډولونه یې له هغه څخه د یادونې وړ دي.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

ترانسپوز متریکس: فرض کړئ $A$ یو $m \times n$ ماتریس وي. نو $A^T$ د $n \times m$ ماتریس ته $A$ متریکس ترانسپوز ویل کیږي چې لاندې رابطه برقرار شي(Kuttler, 2012) .

$$(A^T)_{ij} = A_{ji}$$

متقارن متریکس: د $A \in R^{n\times n}$ متریکس متقارن متریکس بلل کیږي کله چې د هغه ترانسپوز متریکس له اصل متریکس سره مساوي شي (خجسته, ۱۳۹۶). یعنې:

$$A^T = A$$

مثبت معین متریکس: د $A \in R^{n\times n}$ متریکس ته مثبت معین ویل کیږي کله چې:

الف: $A^T = A$ (A متقارن وي)،

ب: د هر $0 \neq x \in R^n$ لپاره $x^T Ax > 0$ وي.

د متریکس مینور: د هر اصلي فرعی متریکس دیترمینانت د متریکس د مینور په نامه سره یادیږي. (Kuttler, 2012)

مروري آزاده لاسرسی

منفرد متریکس : د $A \in R^{n\times n}$ متریکس ته منفرد متریکس ویل کیږي کله چې دیترمینانت يې مساوي په صفر وي (Golub & Loan, 2013). یعنې

$$|A| = 0$$

نامنفرد متریکس: د $A \in R^{n\times n}$ متریکس نامنفرد متریکس بلل کیږي کله چې دیترمینانت يې د صفر خلف وي (Golub & Loan, 2013). یعنې

$$|A| \neq 0$$

پورتنی مثلثي متریکس : د $A \in R^{n\times n}$ مربعي متریکس پورتنی مثلثي متریکس بلل کیږي کله چې د هر $i > j$ لپاره $a_{ij} = 0$ شي (Golub & Loan, 2013).

*لاندینی مثلثي متریکس* : د $A \in R^{n\times n}$ مربعي متریکس لاندینی مثلثي متریکس بلل کیږي کله چې د هر $i < j$ لپاره $a_{ij} = 0$ شي (Golub & Loan, 2013).

کامل قطري غالب متریکس : د $A \in R^{n\times n}$ مربعي متریکس هغه وخت کامل قطري غالب متریکس بلل کیږي کله چې د هر سطر یا ستون د مطلقه قیمت مجموعه يې د اصلي قطر د مطلق قیمت څخه کوچنی وي (خجسته, ۱۳۹۶). یعنې:

$$|a_{ii}| > \sum_{j\neq i}^{n} |a_{ij}|.$$

واحد متریکس : د $A \in R^{n\times n}$ مربعي متریکس واحد متریکس بلل کیږي کله چې د هر $i > j$ لپاره $a_{ij} = 0$ او د هر $i = j$ لپاره $a_{ii} = 1$ وي (Golub & Loan, 2013).

$M-$ متریکس: د $A \in R^{n\times n}$ مربعي متریکس ته $M-$ متریکس ویل کیږي چې کله یو حقیقي مثبت عدد s او یو مثبت متریکس د $B$ په داسې ډول شتون ولري چې (خجسته, ۱۳۹۶):

$$A = sI - B, \quad \rho(B) < s.$$

په پورته رابطه کې $\rho(B)$ طیفي شعاع او $I$ واحد متریکس دی.

مروري آزاده لاسرسی

**د LU تجزيوي ميتود**

د $A$ يو $n \times n$ مربعی متريکس په پام کې نيسو په داسې ډول چې $a_{11} \neq 0$ وي په دې صورت کې $l_{i1}$ په لاندې ډول سره تعريف کوو:

$$l_{i1} = \frac{a_{i1}}{a_{11}}.i = 2.\dots.n$$

او $T_1 = I - c_1 e_1^T$ چې په هغه کې $c_1 = (0.l_{21}.\dots.l_{n1})^T$ په ښکاره ډول سره ليدلای شو چې $T_1$ متريکس په

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ -l_{21} & 1 & & \\ -l_{31} & 0 & 1 & \\ \vdots & \vdots & & \ddots \\ -l_{n1} & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

ډول دی په دې ځای کې د متريکس هغه عناصر چې نه دی ليکل شوی صفرونه دي. د $A$ له متريکس سره د چپ لوري څخه د $T_1$ متريکس له ضرب څخه لاندې رابطه تر لاسه کيږي:

$$A^{(1)} = T_1 A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & a_{n2}^{(1)} & \cdots & a_{nn}^{(1)} \end{pmatrix}$$

په پورتنی رابطه کې $a_{ij}^{(1)}$ هغه عناصر دي چې د ګوس حذفي ميتود له لومړی مرحلې څخه لاسته راځي، فرض کړی چې $A^{(k-1)}$ متريکس په لاندې ډول وي

$$A^{(k-1)} = T_1 A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{kk}^{(k-1)} & \cdots & a_{kn}^{(k-1)} \\ 0 & \cdots & a_{k+1k}^{(k-1)} & \cdots & a_{k+1n}^{(k-1)} \\ \vdots & & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{nk}^{(k-1)} & \cdots & a_{nn}^{(k-1)} \end{pmatrix}$$

چې په هغه کې $a_{kk}^{(k-1)} \neq 0$ دي. فرض کړی

$$l_{ik} = \frac{a_{ik}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}}. \quad i = k+1. \dots .n$$

او

$$T_k = I - c_k e_k^T$$

چې په هغه کې $c_k = (0. \dots .0. l_{k+1k}. \dots .l_{nk})^T$ په ښکاره ډول سره لیدلای شو چې $T_k$ متریکس په لاندې ډول حاصلیږي

$$T_k = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & -l_{k+1k} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & -l_{k+1k} & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

د $A^{(k-1)}$ له متریکس سره د چپ لوري څخه د $T_k$ متریکس له ضرب څخه لاندې رابطه تر لاسه کیږي:

$$A^{(k)} = T_k A^{(k-1)} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} & a_{1k+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{kk}^{(k-1)} & a_{kk+1}^{(k-1)} & \cdots & a_{kn}^{(k-1)} \\ 0 & \cdots & 0 & a_{k+1k+1}^{(k)} & \cdots & a_{k+1n}^{(k)} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & a_{nk+1}^{(k)} & \cdots & a_{nn}^{(k)} \end{pmatrix}$$

که چیرې $A^{(n-1)}$ متریکس باندې پورتنی عملیې $n-1$ ځلې تر سره شي یو پورتنی مثلثي متریکس تري ترلاسه کیږي، چې د $U$ په نامه سره یې یادوو.په نتیجه کې لرو چې

$$U = A^{(n-1)} = T_{n-1}A^{(n-2)} = T_{n-1}T_{n-2}A^{(n-3)}$$
$$= \cdots = T_{n-1}T_{n-2}T_{n-3} \dots , T_1 A \qquad (2)$$

آزاده لاسرسی

مروري

د $T_k$ متریکس د تعریف او شرمن موریسن د فورمول په پام کې نیولو سره لرو

$$T_k^{-1} = (I - c_k e_k^T)^{-1} = I + \frac{c_k e_k^T}{1 - e_k^T c_k}$$

دا چې $e_k^T c_k = 0$ دی نو په دې اساس

$$T_k^{-1} = I + c_k e_k^T$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & l_{k+1k} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & l_{nk} & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

له (2) رابطې څخه په لرو

$$A = T_1^{-1} T_2^{-1} T_3^{-1} \dots T_{n-1}^{-1} U$$

که په پورتنی رابطه کې $T_1^{-1} T_2^{-1} T_3^{-1} \dots T_{n-1}^{-1} = L$ فرض کړو په دې صورت کې

$$L = (I + c_1 e_1^T)(I + c_2 e_2^T) \dots (I + c_{n-1} e_{n-1}^T)$$

د هر j او k لپاره په داسې ډول چې $j \leq k$ وي $e_j^T c_k = 0$ لرو نو په دې اساس وروستنی رابطه په لاندې ډول لیکلای شو

$$L = I + c_1 e_1^T + c_2 e_2^T + \cdots + c_{n-1} e_{n-1}^T$$

په ساده ډول لیدل کیږي چې

$$c_k e_k^T = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & l_{k+1k} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & l_{nk} & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

په نتیجه کې

$$L = I + c_1 e_1^T + c_2 e_2^T + \cdots + c_{n-1} e_{n-1}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} & & 1 \end{pmatrix}$$

نو په دې اساس د $L$ متریکس یو لاندنی مثلثي متریکس بلل کیږي، چې د اصلي قطر عناصر یې یو دي $A = LU$ په (1) رابطه کې د $A$ پر ځای تر لاسه شوی قیمت ځای پر ځای کوو نو لرو چې

$$XLU = b \qquad (3)$$

په (3) رابطه کې $XL = Y$ سره تعویض کوو او سیستم نظر د $Y$ متحول ته حل کوو د $Y$ قیمت د ترلاسه کولو وروسته په دوهمه مرحله کې د $X$ قیمت محاسبه کیږي (خجسته, ۱۳۹۶).

**قضیه** : فرض کړی چې $A_{n\times n}$ یو متریکس په داسې ډول شتوون ولري چې اصلي پیشر ومینور ماتریکسونه یې خلاف د صفر وي په دې صورت کې د $A$ متریکس تجزیه په $LU$ متریکسونو باندې یکتا ده (توتونیان, ۱۳۸۷).

**د $LU$ تجزیوي میتود ښیګڼې**

د $LU$ تجزیوي میتود یو شمیر ځانګړنو لرونکی دی چې د هغه څخه ځنې په لاندې ډول بیانیږي.

د دقیق حل محاسبه : په عملي ډګر کې د خطي سیستمونو دقیق حل محاسبه کول په ډیرو حالتو کې اړین بلل کیږي تر څو د دقیق حل په مرسته سره په سیستمونو کې خطا په نهایي ډول سره کمه شي، یاد هدف د مستقیم میتودونو په کارونې سره په آسانی سره تر لاسه کیدای شي، د $LU$ تجزوي میتود هم د مستقیم میتودونو له ډلې څخه دی چې د خطي سیستمونو د دقیق حل توانایي لري چې د هغه په واسطه سره د خطي سیستمونو دقیق حل ترلاسه کیدای شي (خجسته, ۱۳۹۶).

د ځواب یکتایی والی: د حل یکتایي والی د سیستمونو د مشخص حل د تر لاسه کولو لپاره اړین بلل کیږي تر څو موږ د هغه په واسطه سره ټاکلی هدف تر لاسه کړو نو په همدې اساس سره د $LU$ تجزیوي میتود په هغه صورت کې یکتا تر لاسه کیدای چې د خطي سیستم د ضرایبو د متریکس دیترمینانت د صفر خلاف وي (توتونیان, ۱۳۸۷).

مشخصو الګورتمو نه: که څه هم د $LU$ تجزیوي میتود په مرسته سره د سیستمونو حل د زیاتو محاسبو لامل کیږي، مګر د دې تر څنګ یو شمیر مشخص الګورتمونه شتون لري چې د هغه په واسطه سره د محاسباتود زیات والي مخه نیول کیږي او همدارنګه د سیستمونو په حل کې کوم تغیر په وجود نه راوړي(Burden & Faires, 2011) .

*کمپیوټري سافتویرونه*: په نني عصر کې زیاتره ریاضیکي محاسبات د کمپیوټري سافتویرونو په واسطه ترسره کیږي تر څو د وخت د زیات لګښت مخه ونیسي او هم محاسبات په دقیق ډول سره تر سره شي.د $LU$ تجزیوي میتود هم د مختلفو ریاضیکي سافتویرونو په مرسته محاسبه کیدای شي(Burden & Faires, 2011) .

### د $LU$ تجزیوي میتود نیمګړتیاوې

*په عملي ډول سره په زیاته اندازه سره نه کاریدل*: که څه هم د $LU$ تجزیوي میتود د خطي سیستمونو د دقیق حل د محاسبې وړتیا لري مګر په عملي ډول سره تر ډیره استفاده نه کیږي ځکه چې په یاد میتود کې د محاسباتو حجم زیات وي که چیرې کمپیوټري سافتویرونو شتون ونه لري په لاسي ډول سره د هغه محاسبه کول ډیر مشکل تماميږي. او که چیرې له کمپیوټري سافتویرونو څخه استفاده وشي د کمپیوټر د زیاتې حافظې د نیولو لامل کیږي (خجسته, ۱۳۹۶).

*د محاسباتو تعداد*: څرنګه چې مخکې برخو کې یادونه شوې ده چې په یاد میتود کې د عملیو تعداد زیات وي په عمومي ډول سره په یاد میتود کې د عملیو تعداد $\frac{n^3}{3}$ سره برابر دی، که چیرې فرض کړو چې یو خطي سیستم چې معادلو او مجهولاتو تعداد یې *100* وي په دې صورت کې

د عملیو تعداد $\frac{100^3}{3}$ پورې رسیږي، چې ترسره کول ډېر سخت وي (نیکوکار & درویشی، ۱۳۸۳).

### د ګاوس سایدل تکراري میتود

د خطي معادلو سیستمونه د مستقیمو او تکراري میتودونو په وسیله حل کېدای شي. د مستقیمو میتودونو اړوند بحث د دې مقالې په مخکینۍ برخه کې ترسره شوی دی، نو په همدې اساس په دې برخه کې د تکراري میتودونو په اړه بحث وړاندې کوو.

لکه څرنګه چې مخکې یادونه وشوه، تکراري میتودونه د حل د یوې اولیه اندازې (ابتدایي حدس) څخه پیل کېږي او د مطلوب حل تر ترلاسه کېدو پورې دوام مومي. د تکراري میتودونو له مهمو میتودونو څخه یو ګاوس–سایدل میتود دی چې د لومړي ځل لپاره د جرمني ریاضي‌پوهانو (Carl Friedrich Gauss ۱۸۵۵-۱۷۷۷) او (Philipp Ludwig ۱۸۹۶-۱۸۲۱ von Seidel) په نوم ثبت شوی دی.

د ګاوس–سایدل میتود ته د پرله‌پسي بدلونونو تکرار او د لیبمن میتود نومونه هم کارول کېږي. د دې میتود تقارب په ځانګړو ډولونو متریکسونو کې تضمین شوې ده؛ لکه مکمل قطرې غالب متریکسونه *(SDD)*، مثبت معین متقارن متریکسونه *(SPD)* او *M–* متریکسونه.

په وروستیو کلونو کې څېړنو څرګنده کړې ده چې د رهاسازی، عمومي کولو او اصلاح مختلفو طریقو په کارولو سره د ګاوس–سایدل میتود د لا پرمختګ لپاره هڅې شوې دي .عمومي شوی ګاوس–سایدل میتود *(Generalized Gauss–Seidel – GGS)* په (Salkuyeh ۲۰۰۷) لخوا معرفي شو او د دې میتود تقرب یې د *SDD* متریکسونو او *M–* متریکسونو لپاره ثابته کړه.

وروسته اصلاح شوی ګاوس–سایدل میتود په ( Vatti and Tesfaye Kebede ۲۰۱۱) لخوا وړاندې شو چې هغوی د دې میتود تقرب د *SDD* متریکسونو لپاره ثابته کړه. په تعقیب یې، د *GGS*اصلاح شوې بڼه *RGGS* په ( Laskar and Behera, ۲۰۱۴a)لخوا تشریح شوه، او په دې ماډل کې هم د *SDD* متریکسونو کارول د تقرب ثبوت لپاره مطرح شول ټولو یادو څېړونکو

هڅه کړې چې د تکرارونو شمېر راکم او د تقرب سرعت زیات کړي. سره له دې، لا هم په دې برخه کې د تکراري میتودونو په اړه پراخې څېړنې رواني دي (Tesfaye Kebede Enyew*, 2020).

فرض کوو چې $A = (a_{ij}) \in C^{n\times n}$ ، $D = diag_n(a_{11}.a_{22}.\dots.a_{nn})$ ،

$$E = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ -a_{21} & 0 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

او

$$F = \begin{pmatrix} 0 & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ & 0 & \cdots & -a_{2n} \\ & & \ddots \quad \cdots & \vdots \\ & & 0 & a_{n-1n} \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

په دې صورت کې لرو چې

$$A = D - E - F$$

چې په یاد متریکسونو کې $-F.-E$ په ترتیب سره لاندنی مثلثي او پورتنی مثلثي متریکسونه دي، د یادو متریکسونو عناصر د $A$ متریکس عناصر دي چې له اصلي قطر څخه پورته او ښکته موقعت لري. که چیرې $M = D - E$ او $N = E$ وي، په داسې ډول سره چې $a_{ii} \neq 0. i = 1.\dots.n$ په دې صورت کې M یو نامنفرد متریکس او اصلي قطر عناصر د $A$ متریکس د اصلي قطر له عناصر سره یو شان دي. په نتیجه کې $M$ یو لاندنی مثلثي متریکس په لاس راځي، په دې صورت کې د ګاوس-سایدل تکراري میتود په لاندې ډول سره ترلاسه کیږي.

$$x^{(k+1)} = (D-E)^{-1} + (D-E)^{-1}b. \qquad k = 0.1.2.\dots.n$$

پورتنی رابطه د ګاوس-سایدل تکراري میتود د وکتوري شکل ښودنه کوي، د یاد میتود نقطه اي شکل په لاندې ډول سره ترلاسه کولای شو،

$$(D-E)x^{(k+1)} = Fx^{(k)} + b. \quad k = 0.1.2. \dots.$$

د i ام معادلې په نظر کې نیولو له د تساوي څخه لرو چې

$$\sum_{j=1}^{i} a_{ij}x_j^{(k+1)} = -\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j^{(k)} + b_i. \quad i = 1.2. \dots. n,$$

$$a_{ij}x_j^{(k+1)} = b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j^{(k)} . i = 1.2.,,. n,$$

په نتیجه کې لرو چې (Tesfaye Kebede Enyew*, 2020)، (خجسته, ۱۳۹۶).

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j^{(k)}\right). \quad i = 1.2. \dots. n,$$

د ګاوس-سایدل تکراري میتود متقارب والی

قضیه : که چیرې د $A$ متریکس یو قطری غالب سطری متریکس وي په دې صورت کې د ګاوس-سایدل تکراري میتود د هر اولیه حدس $(x_0)$ متقارب دی (خجسته, ۱۳۹۶).

قضیه : که چیرې د $A$ متریکس یو معین مثبت متریکس وي په دې صورت کې د ګاوس-سایدل تکراري میتود د هر اولیه حدس $(x_0)$ متقارب دی (توتونیان, ۱۳۸۷).

د اشتین او روزنبرګ قضیه: که چیرې د $A$ متریکس د اصلي قطر له عناصر څخه بغیر ټول عناصر د اصلي قطر له عناصرو سره مخالف العلامه وي په دې صورت کې د ګاوس-سایدل تکراري میتود د ژاکوبي تکراري میتود په پرتله په زیات سرعت سره متقارب دی (توتونیان, ۱۳۸۷).

**د ګاوس-سایدل میتود ښېګڼې**

*دلویو خطي سیستمونو لپاره مناسب*: د ګاوس–سایدل میتود یو **تکراري میتود** دی چې په عملي ډول د هغو خطي سیستمونو لپاره اغېزناک تمامیږي چې د معادلو او مجهولاتو شمېر یې ډېر وي،

د دې ډول سیستمونو د حل لپاره د مستقیمو میتودونو لکه LU محاسبوي لګښت ډېر لوړ شي .(Faires, 2011 & Burden)

*د حافظې لږ مصرف*: په عملي محاسبو کې د ګاوس–سایدل میتود یوازې مشخصو فکتورونو ته اړتیا لري، چې یاد فکتورونه په آسانی سره تر لاسه کیدای شي چې فکتورونو عبارت ده له د ضرایبو متریکس، د ثابتو ویکتوراو د حل یو اټکلي (اولیه حدس ) ویکتور ته اړتیا لري. له همدې امله د لویو سیستمونو لپاره، چې زیات عناصر یې صفر وي، دا میتود ډېر عملي ګڼل کېږي (Faires, 2011 & Burden)

*د محاسبوي عملیو ساده والی:* هر تکرار د ساده جمع، تفریق، ضرب او تقسیم څخه جوړوي. دا ځانګړنه د دې لامل ګرځي چې میتود د پروګرام‌لیکنې له پلوه ساده وي، او د عددي سافتویرونو کې په اسانه پلي شي. د مناسب شرایطو لاندې په لوړ سرعت سره متقاربوالی: په عملي ډول که د ضرایبو متریکس قطري وي، یا متریکس مثبت معین متقارن وي، نو د ګاوس–سایدل میتود په نسبتاً لږو تکرارونو کې حل ته رسېږي او ښه متقاربوالی ښيي(Atkinson, 1989)

*د پخوانیو محاسبو بیا کارونه:* په دې میتود کې د هر تکرار پر مهال نوي محاسبه شوي مقدارونه سمدستي په هماغه تکرار کې کارول کېږي. دا ځانګړنه د دې لامل کېږي چې د ګاوس–سایدل میتود عموماً د جاکوبي میتود په پرتله ژر حل ته ورسېږي(Burden & Faires, 2011) .

**د ګاوس-سایدل میتود نیمګړتیاوې**

*د تقارب نه تضمین* : که څه هم په عملي مثالونو ګاوس-سایدل میتود د مستقیم میتودونو پرتله په ښه ډول سره نتیجه ور کوي مګر دا یقیني نه ده چې د هر مثال لپاره د ګاوس-سایدل میتود په ښه ډول سره نتیجه ور کړي ممکن داسې مثالونه شتون ولري چې د هغه حل د ګاوس-سایدل میتود په واسطه سره ناممکن وي (نیکوکار & درویشی, ۱۳۸۳).

د تکرارونو زیاتوالی: په ځینو حالاتو کې د سیستمونو تپاکلی لپاره د مطلوب دقت ترلاسه کول ډېر تکرارونه غواړي، چې دا کار د وخت د ضایع کېدو سبب گرځي. په ځانگړي ډول، که ابتدایي اټکل مناسب نه وي، نو د تکرارونو شمېر زیاتېږي (توتونیان, ۱۳۸۷)

*د دقیق حل نه تضمین*: برخلاف د مستقیمو میتودونو، د گاوس–سایدل میتود دقیق حل نه محاسبه کوي، بلکې د حل تقریبي ارزښت وړاندې کوي. نو د خطا د کنترول لپاره باید د توقف معیار په دقت سره وټاکل شي (Faires, 2011 & Burden)

مثال: لاندې مثال د LU تجزیوي میتود او گاوس-سایدل تکراري میتود په مرسته حل کړئ؟

$$4x_1 - x_2 = 15$$
$$-x_1 + 4x_2 - x_3 = 10$$
$$-x_2 + 3x_3 = 10$$

حل: د پورته مثال د حل لپاره لومړی د LU تجزیه وي میتود استفاده کوو لرو چې:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}. \quad b = \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}. \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$
$$AX = b$$

د $A$ متریکس په $LU$ متریکسونو باندې تجزیه کوو، $\mathrm{A} = \mathrm{LU}$ سره مساوي دی په نتیجه کې لرو چې

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0{,}25 & 1 & 0 \\ 0 & -0{,}26667 & 1 \end{pmatrix}. \quad U = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 3{,}75 & 0 \\ 0 & 0 & 2{,}7333 \end{pmatrix}$$

د U او L قیمتونو له ځای پر ځای والي څخه لرو چې

$$\mathrm{LUX} = \mathrm{b} \dots \dots, (II)$$

د $(II)$ معادلې د حل لپاره لمړی ځل یو تعویض ترسره کوو نو لرو چې

$$LY = b \dots \dots \dots (III)$$

د $(III)$ معادلې حل په لاندې ډول سره تر لاسه کیږي

مروري | آزاده لاسرسی

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -0{,}25 & 1 & 0\\ 0 & -0{,}26667 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15\\ 10\\ 10\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} y_1 = 15.\\ -0{,}25y_1 + y_2 = 10 => y_2 = 13{,}75.\\ -0{,}26667y_2 + y_3 = 10 => y_3 = 13{,}6667,\end{cases}$$

له دې مرحلې وروسته کولای شو چې د $X$ قیمتونه $\mathrm{UX} = \mathrm{Y}$ رابطې څخه تر لاسه کړو.

$$\begin{pmatrix}4 & -1 & 0\\ 0 & 3{,}75 & 0\\ 0 & 0 & 2{,}7333\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15\\ 13{,}75\\ 13{,}667\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2{,}7333x_3 = 13{,}6667 => x_3 = 5.\\ 3{,}75x_2 - x_3 = 13{,}75 => x_2 = 5.\\ 4x_1 - x_2 = 15 => x_1 = 5,\end{cases}$$

پورته مثال د ګاوس-سایدل تکراري میتود په واسطه سره حل کوو، دا چې د ګاوس-سایدل تکراري میتود لپاره اولیه حدس لازم دی او په پورته مثال کې د اولیه حدس په اړه څه معلومات هم نه لرو نو اولیه حدس $\mathrm{X} = (0.0.0)^T$ سره انتخاب کوو او لرو چې

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = \frac{1}{4}\left(15 + x_2^{(k)}\right).\\ x_2^{(k+1)} = \frac{1}{4}\left(10 + x_1^{(k+1)} + x_3^{(k)}\right). \dots\dots\dots (IV)\\ x_3^{(k+1)} = \frac{1}{3}\left(10 + 2x_2^{(k+1)}\right),\end{cases}$$

په $(IV)$ رابطې کې د اولیه حدس په کارولو سره لرو چې:

آزاده لاسرسی

مروري

۱ جدول: د LU تجزیوي مستقیم او ګاوس-سایدل تجزیوي میتود پرتله

| $k$ | $x_1^k$ | $x_2^k$ | $x_3^k$ | $x_1 - x_1^k$ | $x_2 - x_2^k$ | $x_3 - x_3^k$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 5 | 5 | 5 |
| 1 | 3.7500 | 3.4375 | 4.4791 | 1.2500 | 1.5625 | 0.5209 |
| 2 | 4.6093 | 4.7721 | 4.9240 | 0.3907 | 0.2279 | 0.0760 |
| 3 | 4.4930 | 4.9667 | 4.9889 | 0.5070 | 0.0333 | 0.0111 |
| 4 | 4.9916 | 4.9951 | 4.9983 | 0.0048 | 0.0049 | 0.0017 |
| 5 | 4.9987 | 4.9992 | 4.9997 | 0.0013 | 0.0008 | 0.0003 |

پورتنی مثال د LU تجزیوي میتود او د ګاوس-سایدل تکراري میتود په مرسته سره حل شوی دی، څرنګه چې په یاد سیستم کې درې معادلې او درې مجهولونه شتون لري د LUتجزیې میتود په مرسته د هغه دقیق حل د $9 = \frac{3^3}{3}$ عملیو په تر سره کولو سره تر لاسه کیږي. مګر د ګاوس-سایدل په میتود د یاد سیستم حل تقریبا د $\frac{1}{1000}$ خطا په نظر کې نیولو سره د پنځه ځلې تکرار په تر سره کولو سره ترلاسه کیږي. که چیرې لوی سیستمونه په نظر کې ونیول شي د هغه سیستمونو حل د LUتجزیې میتود په مرسته سره زیاتو عملیو ته اړتیا لري اما بیل مقابیل د ګاوس-سایدل تکراري میتود کې ممکن د کمو عملیو په تر سره کولو سره ځواب تر لاسه شي (Burden & Faires, 2011).

**بحث او مناقشه:**

خطي سیستمونه د انجینرۍ، ریاضي او فزیک په ډیرو برخو کې په پراخه اندازه سره کارول کیږي، چې د یاد سیستمونو په مرسته سره په مختلفو برخو کې بیلابیل موضوعات مډل او تحلیل کیږي. (خجسته, ۱۳۹۶)

په خطي الجبر په ډګر کې د خطي معادلو د سیستمونو حل بنسټیز اهمیت لري، ځکه چې ډېری علمي، انجینري او فزیکي ستونزې په همدې بڼه مدل کېږي. د دغو سیستمونو د حل لپاره بېلابېل

آزاده لاسرسی | مروري

عددي او تحلیلي میتودونه رامنځته شوي چې له جملې څخه يې د LUتجزيوي میتود د مستقیمو میتودونو او د ګاوس–سایدل میتود د تکراري میتودونو څخه انتخاب شوی دي. مستقیم میتودونه عموماً د مشخصو محاسبوي ګامونو په تر سره کولو سره حل وړاندې کوي، په داسې حال کې چې تکراري میتودونه حل ته د پرله‌پسې نږدې کېدلو له لارې تر سره کيږي (Faires, & Burden .(2011

په عمومي ډول سره په LU تجزيوي میتود کې د خطي سیستم د ضرایبو ماتریس $A$ په دوو مثلثي ماتریکسونو باندې یعني $L$ او $U$ باندې تجزیه کيږي، چې وروسته د (forward substitution) او (back substitution) په وسیله حل تر لاسه کيږي. دا میتود په ځانګړي ډول هغه وخت ډېر اغېزمن دی چې د یو ثابت ماتریکس لپاره څو ځله د مختلفو ښي لوري ویکتورونو حل ته اړتیا وي. په دې حالت کې د LU تجزیه یو ځل ترسره کېږي او وروسته محاسبات په ډېر لږ لګښت سره تکرارېږي، چې په نتیجه کې د سیستم خطي تر ترلاسه کيږي (Golub & Van Loan, 2013.خو له بلې خوا، د دې میتود مهمه نیمګړتیا دا ده چې د لویو سیستمونو لپاره د حافظې اړتیا زیاته ده او محاسباتي پېچلتیا يې شاوخوا $O(n^3)$ ته رسېږي، چې دا کار يې د ډېر لوی ابعادو لرونکی ماتریکسونو کې ستونزمن واقع کيږي (توتونیان, ۱۳۸۷).

برعکس، د ګاوس–سایدل میتود یو تکراري میتود دی چې حل یې له یو ابتدايي اټکل(اولیه حدس) څخه پیل کيږي، او په هر تکرار کې نوي محاسب شوي ارزښتونه سمدستي کاروي. دا ځانګړنه د دې سبب ګرځي چې د ژاکوبي میتود په پرتله په چټک ډول متقاربوالی ته ورسېږي. ګاوس–سایدل میتود په ځانګړي ډول د خاصو ماتریکسونو او لویو ماتریکسونو لپاره مناسب دی، ځکه چې د حافظې لږ مصرف لري او د عملي مثالونو د حل لپاره په پراخه اندازه سره کارول کېږي .خو دا میتود تل متقاربوالی نه تضمینوي؛ بلکې یوازې هغه وخت ډاډمن نتیجه ورکوي چې ماتریکس غالب قطري،$M-$ او یا مثبت معین وي (خجسته, ۱۳۹۶).

په لنډ ډول سره ويلای شو چې که چيرې سيستم کوچنی يا متوسط وي او د هيڅ ډول خطا د قبول وړ نه وي په دې صورت کې LU تجزيوي ميتود غوره انتخاب ګڼل کيږي. خو که سيستم ډېر لوی وي، حافظه محدوده وي او د خطا يو ټاکلی معيار د قبول وړ وي په دې صورت کې تکراري ميتودونه لکه ګاوس–سايدل عملي برتري لري (Atkinson, 1989).

**پايله**

د دې څېړنې له پايلو څخه څرګنديږي چې هر ميتود ځانګړې ښېګڼې او محدوديتونه لري. د LUتجزيې مستقيم ميتود د خطي معادلو د سيستمونو کره حل هغه مهال برابروي چې د محاسبوي بهير په ترځ کې د رنداپ (round-off) تېروتنې اغېزمنه نه وي. دا ميتود د بېلابېلو خطي سيستمونو د حل لپاره د تطبيق وړ دی؛ خو د محاسبوي لګښت له پلوه نسبتاً درونډ دی، ځکه د حل لپاره زيات وخت او کمپيوټري سافټوير ته اړتيا لري. همدارنګه، د سافټوير کارونه د کمپيوټر د حافظې د ډېر مصرف لامل ګرځي، په ځانګړې ډول هغه مهال چې د هغه په واسطه سره لوی سيستمونه حل کيږي.

د ګاوس–سايدل تکراري ميتود (عددي) ميتودونو له ډلې څخه دی چې د ځانګړو سيستمونو لپاره لکه قطري، غالب قطري، متقارن او مثبت‌معين متقارن سيستمونو په حل کې لوړ اغېزمنتوب لري. د دې ميتود له لارې د يادو سيستمونو حل په نسبي اسانتيا سره تر لاسه کېدای شي. سربېره پر دې، د ګاوس–سايدل ميتود د ساده محاسبوي جوړښت له امله آن پرته له پرمختللو کمپيوټري سافټويرونو هم عملي کېدای شي، د حافظې لږ مصرف لري او محاسبوي پروسه يې په لنډ وخت کې بشپړيږي. په عمومي ډول ويلای شو چې مستقيم ميتودونه د لويو خطي سيستمونو لپاره مناسب نه دي چې د معادلو او مجهولونو شمېر پکې ډېر وي. په دغسې حالاتو کې تکراري ميتودونه د مستقيمو ميتودونو په پرتله اغېزمن تماميږي، ځکه د محاسبوي عملياتو شمېر کم وي او مطلوب حل په لږ وخت کې تر لاسه کېدای شي. سره له دې، په قاطع ډول يوازې پر ګاوس–سايدل ميتود تکيه کول هم تل ممکن نه دي، ځکه په تکراري ميتودونو کې داسې نور ميتودونه

مروري آزاده لاسرسی

هم شته چې د ځانګړو شرایطو لاندې د بېلابېلو ډولونو سیستمونو د حل لپاره تر دې زیات مناسب وي.

**اخځلیکونه**


توتونیان, ف. (۱۳۸۷). جبرخطی عددی و کاربردها. مشهد: دانشگاه فردوسی مشهد.

خجسته, د. (۱۳۹۶). روش های عددی در جبر خطی. گیلان: دانشگاه گیلان.

نژاد, ا. ب. (۱۳٦٦). محاسبات عددی. تهران: هما.

نیکوکار, م., & درویشی, م. (۱۳۸۳). محاسبات عددی. تهران: انتشارات گسترش علوم پایه.

Atkinson, K. E. (1989). AN INTRODUCTION TO NUMERICAL ANALYSIS Second Edition . Congress: Library of Congress Cataloging in Publication Data.

Baher A. Haleem, I. M.-A. (2020). A New Modified Version Of Gauss-Seidel iterative Method Using Grouping Relaxation Approach. INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC & TECHNOLOGY, 141-147.

Burden, R. L., & Faires, J. (2011). Numerical Analysis Ninth Edition. USA: Brooks/Cole.

Ford, W. (2015). Numerical Linear Algebra with Applications. Congress: Library of Congress Cataloging-in-Publication Data & British Library Cataloguing in Publication Data.

Golub, G. H., & Loan, C. F. (2013). Matrix Computations, Fourth Edition. Congress: Library of Congress.

Kuttler, K. (2012). Linear Algebra, Theory And Applications. Saylor Foundation's.

Nicholson, W. K. (2013). Linear algebra wiht application. Canada: Library and Archives Canada Cataloguing in Publication Data.

مروري آزاده لاسرسی

Tesfaye Kebede Enyew*, G. A. (2020). Second-refinement of Gauss-Seidel iterative method for solving linear system of equations. Ethiop. J. Sci & Technol., 1-15.